



# Kształtowanie toru zwrotnego z nieliniową krzywizną w rozjeździe kolejowym dla zwiększonej prędkości

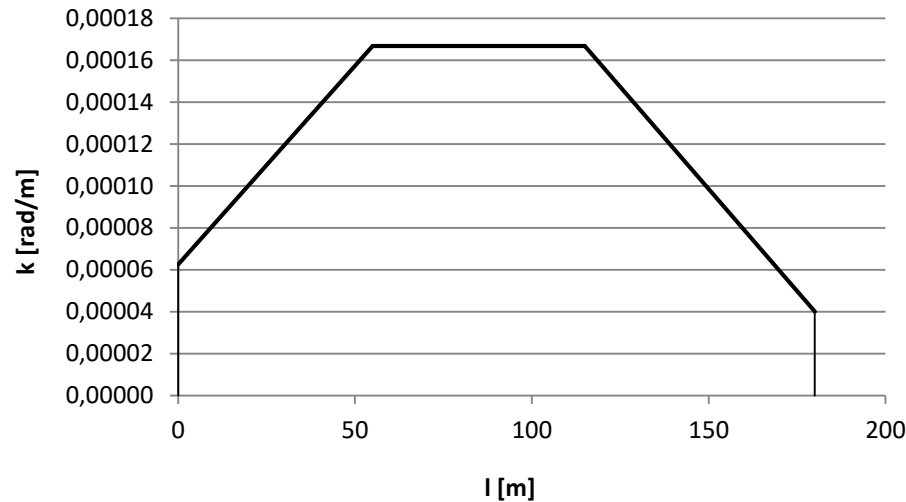
Władysław Koc – Politechnika Gdańska

XIII Konferencja Naukowo-Techniczna "Projektowanie, budowa i utrzymanie  
infrastruktury w transporcie szynowym" INFRASZYN 2019

Zakopane, 9-11 czerwca 2021 r.



W typowym ukształtowaniu geometrycznym toru zwrotnego w rozjeździe zwyczajnym stosuje się pojedynczy łuk kołowy (bez krzywych przejściowych). W celu wyłagodzenia wykresu krzywizny w rejonach początkowym i końcowym, w niektórych krajach wprowadza się tzw. „odcinki klotoidy” po obu stronach łuku kołowego, na których krzywizna zmienia się w sposób liniowy.

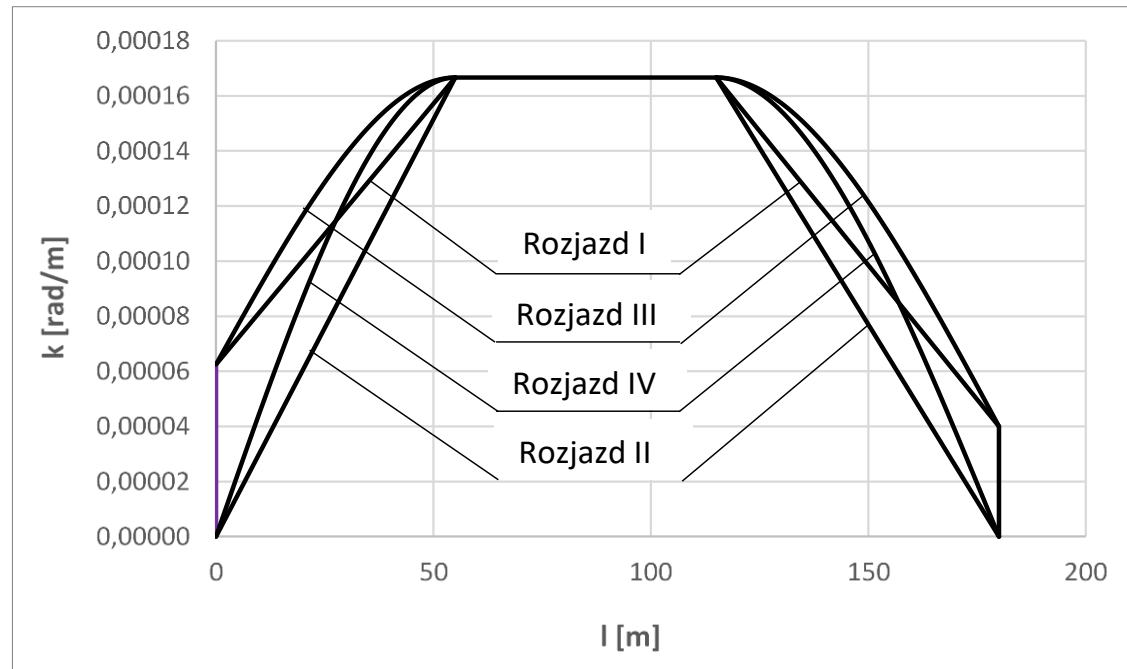


Wybrane rozjazdy produkowane przez firmę Voestalpine:

- Rz 60E1-10000/4000/ $\infty$ -1:39,111
- Rz 60E1-16000/6100/ $\infty$ -1:47,833



Są tutaj możliwe również inne rozwiązania.

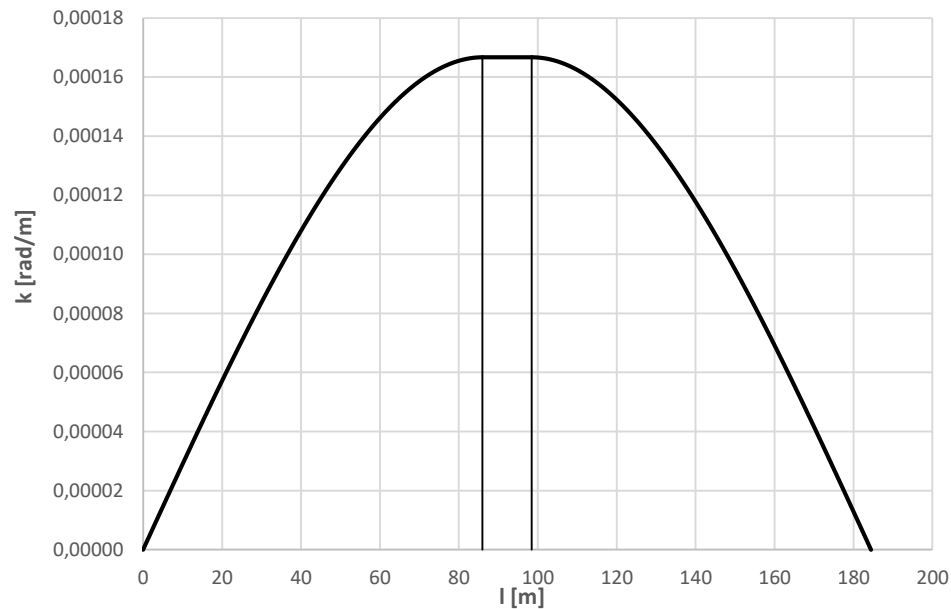


- Rozjazd I (L):  $R_1 = 16000$  m,  $l_1 = 55$  m,  $R_2 = 6000$  m,  $l_2 = 60$  m,  $l_3 = 65$  m,  $R_3 = 25000$  m,
- Rozjazd II (L):  $R_1 = \infty$ ,  $l_1 = 55$  m,  $R_2 = 6000$  m,  $l_2 = 60$  m,  $l_3 = 65$  m,  $R_3 = \infty$ ,
- Rozjazd III (NL):  $R_1 = 16000$  m,  $l_1 = 55$  m,  $R_2 = 6000$  m,  $l_2 = 60$  m,  $l_3 = 65$  m,  $R_3 = 25000$  m,
- Rozjazd IV:  $R_1 = \infty$ ,  $l_1 = 55$  m,  $R_2 = 6000$  m,  $l_2 = 60$  m,  $l_3 = 65$  m,  $R_3 = \infty$ .



## Poszukiwanie rozwiązania najkorzystniejszego

W przeprowadzonej analizie porównawczej rozpatrzono kilkanaście przypadków zastosowania odcinków krzywizny liniowej i nieliniowej. Zdecydowanie najkorzystniejszym rozwiązaniem, dającym najmniejsze przyspieszenia, okazał się przypadek z odcinkami krzywizny nieliniowej o jednakowej długości oraz zerową krzywizną na początku i końcu rozjazdu.



Korzystny wykres krzywizny z odcinkami nieliniowymi na długości toru zwrotnego  
( $k_1 = 0$ ,  $l_1 = 86$  m,  $k_2 = 1/6000$  rad/m,  $l_2 = 12,484$  m,  $l_3 = 86$  m,  $k_3 = 0$ )



## Analityczne rozwiązanie problemu

W pracy przedstawiono pełne rozwiązanie omawianego problemu dla strefy początkowej, środkowej i końcowej. Przykładowo, w strefie początkowej (dla  $l \in \langle 0, l_1 \rangle$ ) obowiązują następujące warunki brzegowe:

$$k(0) = 0 \qquad k(l_1) = k$$

$$k'(0) = C \frac{k}{l_1} \qquad k'(l_1) = 0$$

oraz równanie różniczkowe

$$k^{(4)}(l) = 0$$

Dla najkorzystniejszego  $C = 1$  następujące równania parametryczne:

$$x(l) = l - \frac{k^2}{40l_1^2}l^5 - \frac{k^2}{36l_1^3}l^6 + \frac{5k^2}{504l_1^4}l^7 + \frac{k^2}{96l_1^5}l^8 + \left( \frac{k^4}{3456l_1^4} - \frac{3k^2}{864l_1^6} \right) l^9$$

$$y(l) = \frac{k}{6l_1}l^3 + \frac{k}{12l_1^2}l^4 - \frac{k}{20l_1^3}l^5 - \frac{k^3}{336l_1^3}l^7 - \frac{k^3}{192l_1^4}l^8 + \frac{k^3}{2592l_1^5}l^9$$



## Analiza wartości promienia łuku kołowego

R [m]	$l_1$ [m]	$l_2$ [m]	$l_k$ [m]	$\Theta(l_k)$ [rad]	n	$x(l_k)$ [m]	$y(l_k)$ [m]
1800	146	0	292	0,09463	10,53595	291,362	15,177
2000	131	0	262	0,07642	13,06067	261,627	11,002
2200	119	0	238	0,06319	15,82530	237,769	8,256
2400	109	0	218	0,05299	18,85520	217,851	6,350
2600	101	0	202	0,04532	22,04995	201,899	5,034
2800	94	0	188	0,03917	25,51886	187,930	4,049
3000	88	0	176	0,03422	29,20937	175,950	3,312
3200	82	0	164	0,02990	33,43951	163,964	2,696
3400	77	0	154	0,02642	37,83906	153,974	2,238
3600	73	0	146	0,02366	42,26217	145,980	1,900
3800	69	0	138	0,02118	47,19791	137,985	1,608
4000	66	0	132	0,01925	51,94164	131,988	1,397
4200	63	0	126	0,01750	57,12702	125,991	1,213
4400	60	0	120	0,01591	62,85184	119,993	1,050
4600	57	0	114	0,01446	69,16811	113,994	0,906
4800	55	0	110	0,01337	74,80074	109,995	0,809
5000	53	0	106	0,01237	80,85841	105,996	0,721

Zakładamy prowadzenie analizy dla prędkości jazdy pociągów  $V = 140$  km/h. Jako wartości wyjściowe przyjmujemy: promień łuku kołowego  $R = 1800$  m oraz długości odcinków skrajnych  $l_1 = 146$  m.



## Analiza wartości promienia łuku kołowego

Analiza wartości promienia łuku kołowego została przeprowadzona przy założeniu, że długość  $l_2 = 0$ . Oznacza to, że w torze zwrotnym rozjazdu część środkowa (czyli sam łuk kołowy) nie występuje, a parametr  $R$  odnosi się wyłącznie do odcinków skrajnych. Przyjęte założenie prowadzi do skrócenia całego rozjazdu (czyli wartości  $l_k$ ). Zwiększanie promienia  $R$  daje możliwość zmniejszenia długości odcinków krzywizny nieliniowej.

Dla przyjętych  $R = 1800$  m i  $l_1 = 146$  m otrzymujemy rozjazd o długości  $l_k = 292$  m, skosie 1:10,53595 i rzędnej końcowej 15,177 m. Zwiększanie promienia  $R$  powoduje skrócenie całego rozjazdu oraz zmniejszenie zarówno jego rzędnej końcowej  $y(l_k)$ , jak i skosu 1: $n$  (czyli zwiększenie wartości  $n$ ). Jest to zatem operacja bardzo korzystna z punktu widzenia praktyki wykonawczej. Ponieważ jednak względy konstrukcyjne sprawiają, że rzędna końcowa toru zwrotnego i skos rozjazdu nie mogą być zbyt małe, istnieje górna granica, której wartość  $R$  nie powinna przekroczyć.



**POLITECHNIKA  
GDAŃSKA**

WYDZIAŁ INŻYNIERII LĄDOWEJ  
I ŚRODOWISKA

## Uzyskanie wymaganej rzędnej końcowej toru zwrotnego rozjazdu

R	$l_1$	$l_2$	$l_k$	$\Theta(l_k)$	n	$x(l_k)$	$y(l_k)$
[m]	[m]	[m]	[m]	[rad]		[m]	[m]
1800	146	0	292	0,09463	10,53595	291,362	15,177
2200	119	0	238	0,06311	15,82530	237,769	8,256
2600	101	0	202	0,04535	22,04995	201,899	5,034
3000	88	0	176	0,03422	29,20937	175,950	3,312
3400	77	0	154	0,02642	37,83906	153,974	2,238
3500	75	0	150	0,02500	39,99167	149,977	2,063
3600	73	0	146	0,02366	42,26217	145,980	1,900
3700	71	0	142	0,02239	44,66055	141,983	1,748
3510	74,48	0	148,96	0,02476	40,38610	148,938	2,028
3520	74,26	0	148,52	0,02461	40,62124	148,498	2,010
3530	74,05	0	148,1	0,02447	40,85226	148,078	1,993
3540	73,84	0	147,68	0,02433	41,08460	147,659	1,976
3525	74,16	0	148,32	0,02454	40,73384	148,298	2,0020
3526	74,14	0	148,28	0,02453	40,75640	148,258	2,0004
3527	74,12	0	148,24	0,02452	40,77897	148,218	1,9988
3528	74,1	0	148,2	0,02450	40,80155	148,178	1,9970
3526	74,133	0	148,266	0,02453	40,76025	148,244	2,000049
3526	74,132	0	148,264	0,02453	40,76080	148,242	1,999995
3526	74,131	0	148,262	0,02453	40,76135	148,240	1,999941





## Uzyskanie wymaganej rzędnej końcowej toru zwrotnego rozjazdu

Zakładamy uzyskanie rzędnej końcowej  $y(2l_1 + l_2) = 2$  m, aby można było zastosować dany rozjazd w połączeniu torów równoległych o rozstawie 4 m.

Dla przyjętych jako wejściowe wartości  $R = 1800$  m i  $l_1 = 146$  m otrzymujemy rozjazd o długości  $l_k = 292$  m, skosie 1:10,53595 oraz rzędnej końcowej toru zwrotnego równej 15,177 m. Tak więc rzędna końcowa znacznie odbiega od wymaganej wartości 2 m. Jak się okazuje, podstawowym sposobem jej zmniejszenia jest zwiększenie promienia  $R$ . Stwarza to możliwość zmniejszenia długości odcinków skrajnych. W sposób iteracyjny dochodzimy do promienia  $R \in \langle 3500; 3600 \rangle$  m i odpowiadającej długości  $l_1 \in \langle 73; 75 \rangle$  m, dla których rzędna końcowa mieści się w przedziale  $\langle 1,900; 2,063 \rangle$  m.

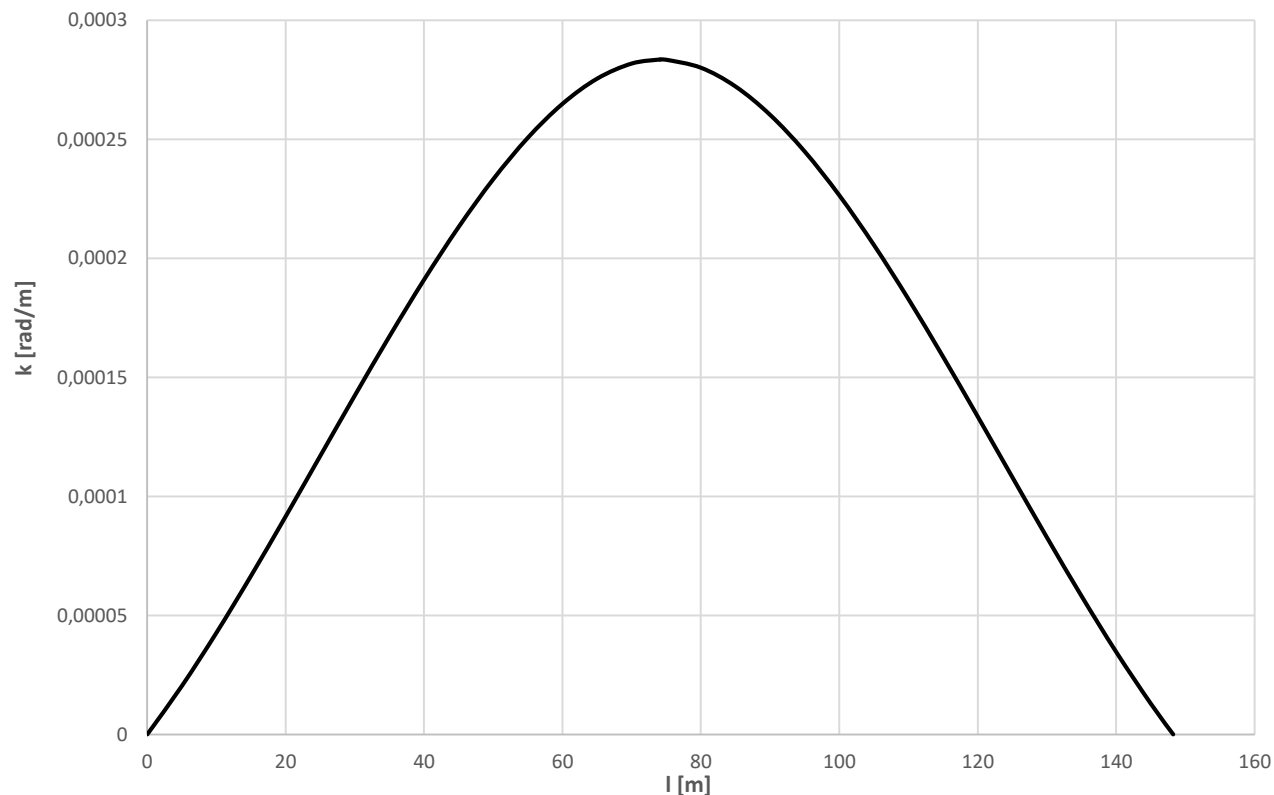
Korygując dalej wartości  $R$  i  $l_1$  uzyskujemy wymaganą rzędną końcową; przyjęty ostatecznie układ geometryczny rozjazdu posiada promień  $R = 3526$  m i długości odcinków zmiennej krzywizny  $l_1 = 74,133$  m.



POLITECHNIKA  
GDAŃSKA

WYDZIAŁ INŻYNIERII LĄDOWEJ  
I ŚRODOWISKA

## Uzyskanie wymaganej rzędnej końcowej toru zwrotnego rozjazdu



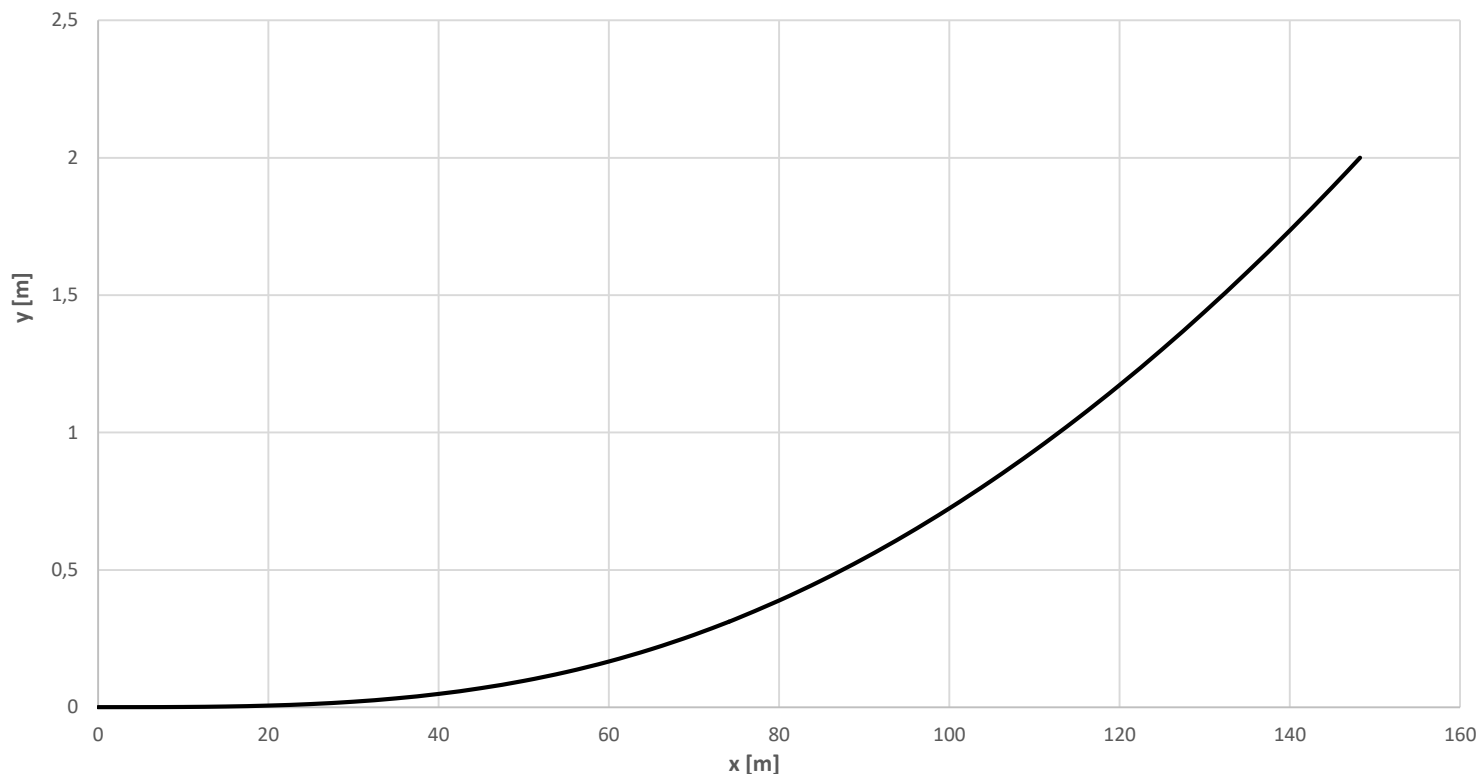
Wykres krzywizny na długości wyznaczonego toru zwrotnego rozjazdu  
( $R = 3526$  m,  $l_1 = 74.133$  m,  $l_2 = 0$ , 1:40,76025)



POLITECHNIKA  
GDAŃSKA

WYDZIAŁ INŻYNIERII LĄDOWEJ  
I ŚRODOWISKA

## Uzyskanie wymaganej rzędnej końcowej toru zwrotnego rozjazdu



Wykres rzędnych poziomych na długości wyznaczonego toru zwrotnego rozjazdu  
( $R = 3526$  m,  $l_1 = 74.133$  m,  $l_2 = 0$ , 1:40,76025, w skali skażonej)



- W torze zwrotnym typowego rozjazdu kolejowego (zwyčajnego) stosuje się pojedynczy łuk kołowy (bez krzywych przejściowych). Wskutek tego występują miejsca gwałtownej, skokowej zmiany rzędnych wykresu krzywizny na początku i końcu rozjazdu. W ostatnim okresie w niektórych krajach, dążąc do wygładzenia wykresu krzywizny w tych rejonach, wprowadza się tzw. „odcinki kłotoidy” po obu stronach łuku kołowego, na których krzywizna zmienia się w sposób liniowy.
- W wyniku przeprowadzonej we wcześniejszych pracach analizy dynamicznej wykazano, że najkorzystniejsze właściwości posiada tor zwrotny rozjazdu z nieliniowym przebiegiem krzywizny w strefie początkowej i strefie końcowej oraz zerowymi wartościami krzywizny w punktach skrajnych układu geometrycznego. Jednocześnie nasunęła się wątpliwość, czy ma swoje uzasadnienie występujące w praktyce wykonawczej stosowanie tzw. „odcinków kłotoidy” z niezerowymi wartościami krzywizny w punktach początkowym i końcowym toru zwrotnego.



- W niniejszej pracy została przedstawiona analityczna metoda rozwiązywania problemu, mająca charakter ogólny i pełny. Jako modelowe przyjęto rozwiązanie posiadające w strefie środkowej łuk kołowy, a w strefach skrajnych odcinki krzywizny nieliniowej o jednakowej długości. Dokonano wyboru najkorzystniejszego rodzaju krzywizny z punktu widzenia warunków kinematycznych. Przedstawiono analityczny zapis krzywizny i kąta nachylenia stycznej na długości toru zwrotnego rozjazdu oraz współrzędnych kartezjańskich tegoż toru.
- Kończącą część pracy poświęcono analizie parametrów geometrycznych toru zwrotnego dla zadanej prędkości jazdy pociągów. Zaproponowana metoda projektowania pozwoliła na przeprowadzenie analizy wartości promienia łuku kołowego oraz uzyskania wymaganej rzędnej końcowej toru zwrotnego. Kierowano się przy tym kryterium minimalizacji długości całego rozjazdu przy zadanej rzędnej końcowej jego toru zwrotnego.



HISTORIA MĄDROŚCIĄ  
PRZYSZŁOŚĆ WYZWANIEM